

Chapitre 17 : Energie mécanique

Cours

A. Energie potentielle de pesanteur

1. Définition

Sur la figure 1 un solide de masse m dans le champ de pesanteur.

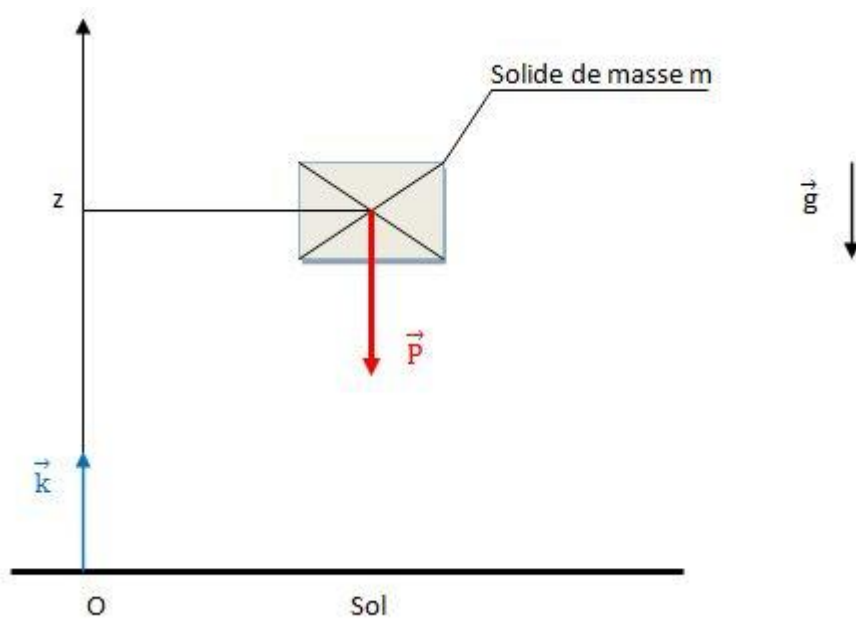


Figure 1

L'énergie potentielle de pesanteur est définie par la relation :

$$E_{pp}(z) = m g z + C$$

E_{pp} : énergie potentielle de pesanteur en joules (J)

m : masse en kilogrammes (kg)

g : intensité de la pesanteur (N.kg^{-1})

z : altitude en mètres (m)

C : constante en joules (J)

Remarques

- La constante C est arbitraire, c'est-à-dire qu'on peut choisir la valeur de C. Souvent on prend $C=0$ pour simplifier les calculs.
- Seule la variation d'énergie potentielle de pesanteur possède un sens physique :

$$\begin{aligned} E_{pp}(z_2) - E_{pp}(z_1) &= m g z_2 + C - (m g z_1 + C) \\ &= m g z_2 - m g z_1 \end{aligned}$$

$$E_{pp}(z_2) - E_{pp}(z_1) = m g (z_2 - z_1)$$

La constante C n'a pas de signification physique.

$$-C=0 \leftrightarrow E_{pp}(z=0) = 0$$

L'énergie potentielle de pesanteur est nulle au niveau du sol.

On dit que l'on prend l'origine de l'énergie potentielle de pesanteur au niveau du sol.

Application 1

En choisissant $C=0$ déterminer l'énergie potentielle de pesanteur E_{pp} d'une masse de 100 g située à 1 m d'altitude. On prendra $g = 9,81 \text{ N.kg}^{-1}$.

$$\begin{aligned} E_{pp} &= m g z + C \\ &= 100.10^{-3} \times 9,81 \times 1 + 0 \end{aligned}$$

$$E_{pp} = \underline{1 \text{ J.}}$$

Application 2

Déterminer la constante C sachant qu'un objet de masse $M = 2,0 \text{ kg}$ possède une énergie potentielle de pesanteur nulle à l'altitude $h = 3,0 \text{ m}$. On prendra $g = 9,81 \text{ N.kg}^{-1}$.

$$\begin{aligned} E_{pp}(z) &= M g z + C \\ 0 &= M g h + C \\ C &= - M g h \\ &= -2,0 \times 9,81 \times 3,0 \\ C &= \underline{-59 \text{ J.}} \end{aligned}$$

On dit que l'on prend l'origine de l'énergie potentielle de pesanteur à l'altitude de 3,0 m.

2. Lien avec le travail du poids

Considérons le travail du poids entre la position M_1 (altitude z_1) et le point M_2 (altitude z_2).
Son expression est :

$$\begin{aligned} W_{M_1 M_2}(\vec{P}) &= \vec{P} \cdot \overrightarrow{M_1 M_2} \\ &= - m g \vec{k} \cdot (z_2 - z_1) \vec{k} \\ &= - m g (z_2 - z_1) \text{ car } \vec{k} \text{ est un vecteur unitaire} \\ &= m g z_1 - m g z_2 \\ &= m g z_1 + C - (m g z_2 + C) \end{aligned}$$

On obtient :

$W_{M_1 M_2}(\vec{P}) = E_{pp}(z_1) - E_{pp}(z_2) \text{ ou } W_{M_1 M_2}(\vec{P}) = - \Delta E_{pp}(M_1 \rightarrow M_2)$
--

Le travail du poids est l'opposé de la variation de l'énergie potentielle de pesanteur.

B. Notion de force conservative

1. Définition

Une force est dite conservative si le travail effectué par la force ne dépend pas du trajet choisi pour aller d'un point A à un point B. Autrement dit : C'est comme si le trajet était effectué en ligne droite pour calculer le travail.

Au travail d'une force conservative sera associée une énergie potentielle ; Le travail de la force est l'opposé de la variation d'énergie potentielle.

Dans le cas d'une force non conservative on ne pourra pas utiliser la notion d'énergie potentielle ; Rien de grave car le théorème de l'énergie cinétique est toujours vrai.

2. Exemple du poids

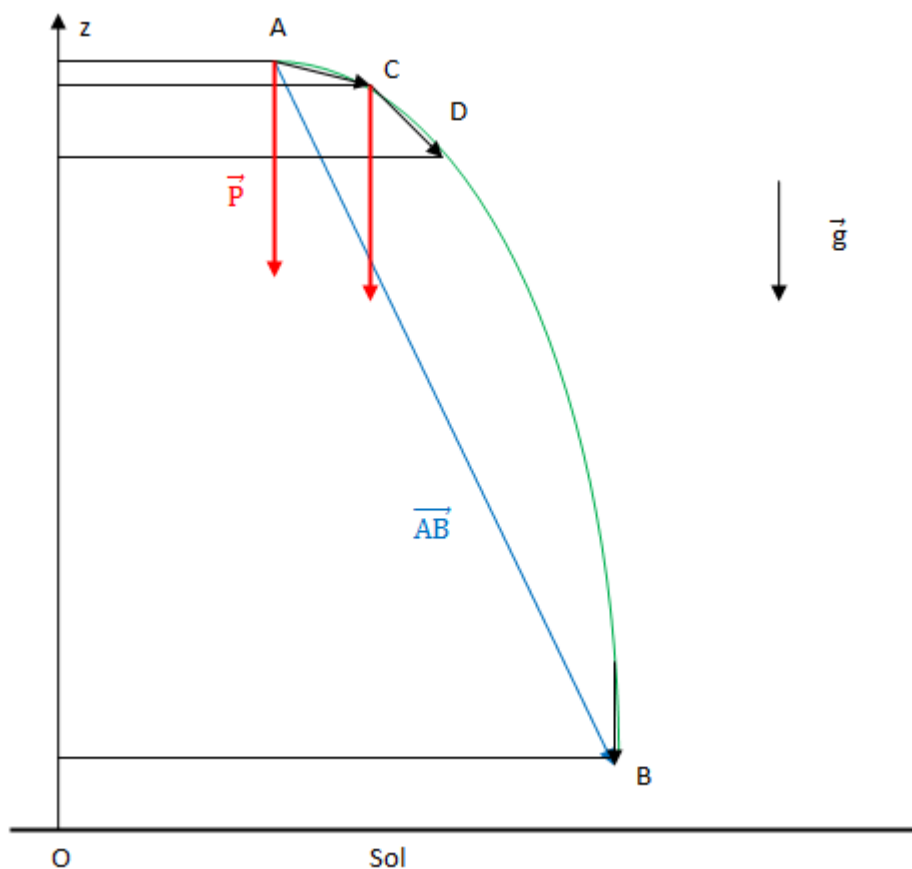


Figure 2

Sur la figure 2 ci-dessus un objet ponctuel va du point A vers le point B en suivant une trajectoire curviligne (en vert).

La trajectoire n'est pas un segment de droite donc l'expression du travail utilisant le produit scalaire n'est pas à priori utilisable.

Néanmoins nous pouvons décomposer la trajectoire en une suite de trajets AC, CD, Si

on prend C voisin de A, D voisin de C, ; On peut considérer ces petits trajets comme rectilignes et donc utiliser l'expression du produit scalaire :

$$W_{AB}(\vec{P}) = \vec{P} \cdot (\vec{AC} + \vec{CD} + \dots)$$

La somme des petits vecteurs trajet est égale au vecteur trajet global $\vec{AB}$, il reste

$$W_{AB}(\vec{P}) = \vec{P} \cdot \vec{AB} \text{ ou } m g (z_A - z_B).$$

Finalement le travail ne dépend pas de la trajectoire mais seulement du point initial et du point final. Au poids est associé la notion d'énergie potentielle.

3. Exemple de la force de frottement

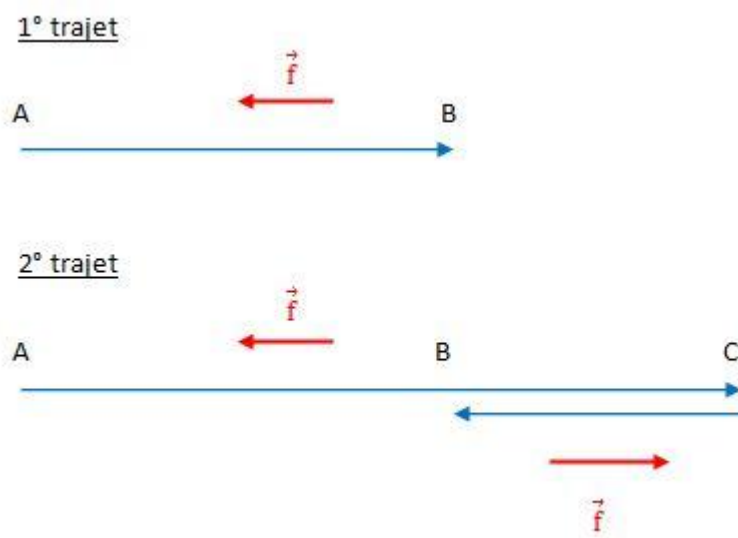


Figure 3

Sur la figure 3 ci-dessus un point matériel va du point A vers le point B suivant deux trajets différents :

1° trajet

$$W_{AB}(\vec{f}) = - f AB \text{ car on va directement de A vers B}$$

2° trajet

$$\begin{aligned} W_{AB}(\vec{f}) &= W_{AC}(\vec{f}) + W_{CB}(\vec{f}) \\ &= - f AC - f BC \text{ car on va de A vers C puis on revient vers B} \\ &= - f (AC + BC) \end{aligned}$$

Le travail de la force de frottement dépend du chemin emprunté pour aller de A vers B car les résultats ci-dessus sont différents.

C. Energies mécaniques d'un système

1. Du mouvement vers les énergies mécaniques

A partir de la chute libre, on va montrer que les lois du mouvement mènent aux différentes énergies mécaniques. Sur la figure 4, un objet est en chute libre :

- Instant t_0 : L'objet est lâché sans vitesse initiale depuis l'altitude z_0 ;
- Instant t_1 : A l'altitude z_1 l'objet possède la vitesse $\vec{v}_1$;
- Instant t_2 : Pour $z = z_2$ la vitesse est $\vec{v} = \vec{v}_2$.

Les expériences de Galilée montrent que $v^2 = 2 g (z_0 - z)$. Donnons l'expression de la relation précédente pour les positions 1 et 2 :

$$v_1^2 = 2 g (z_0 - z_1) \quad (1)$$

$$v_2^2 = 2 g (z_0 - z_2) \quad (2)$$

Formons l'expression (2) - (1) :

$$\begin{aligned} v_2^2 - v_1^2 &= 2 g (z_0 - z_2) - 2 g (z_0 - z_1) \\ &= 2 g z_1 - 2 g z_2 \text{ donc} \end{aligned}$$

$$v_2^2 + 2 g z_2 = v_1^2 + 2 g z_1 \quad (3)$$

Multiplions l'expression (3) par $m/2$:

$$\frac{1}{2} m v_2^2 + m g z_2 = \frac{1}{2} m v_1^2 + m g z_1 \quad (4)$$

En observant un membre de l'équation ci-dessus, on reconnaît l'énergie cinétique et l'énergie potentielle de pesanteur. De plus la somme de ces deux énergies est constante pour la chute libre.

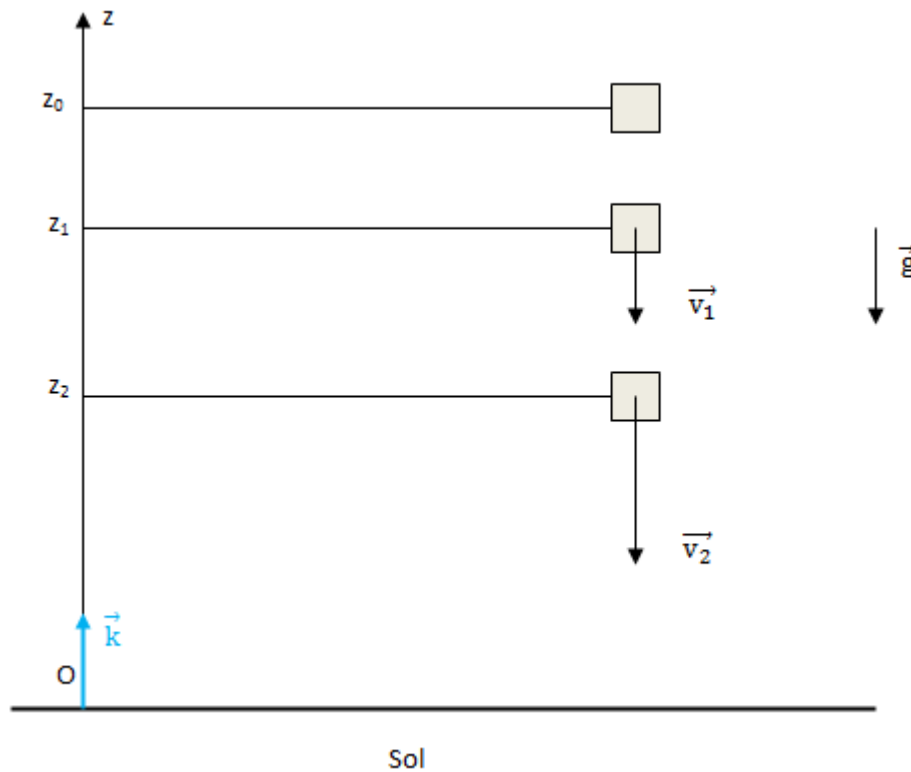


Figure 4

2. Définition de l'énergie mécanique totale

L'énergie mécanique totale d'un système est la somme de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle. Si l'énergie potentielle est en rapport avec le poids (seul cas étudié en première spécialité) alors on utilisera l'expression d'énergie potentielle de pesanteur. L'expression de l'énergie mécanique totale est donc :

$$E_m = E_c + E_{pp}$$

E_m : énergie mécanique totale en joules (J)

E_c : énergie cinétique en joules (J)

E_{pp} : énergie potentielle de pesanteur en joules (J)

Remarques

- Il faut voir l'énergie mécanique totale d'un système comme un capital énergétique qui sera constant dans certaines circonstances favorables.
- Dans le cas où la seule force appliquée est le poids alors

$$E_m = \frac{1}{2} m v^2 + m g z + C.$$

- La constante C ne joue aucun rôle physique car seules les variations d'énergie mécanique ont un sens physique.

3. Conservation de l'énergie mécanique totale

Lorsqu'un système est soumis uniquement à des forces conservatives ou à des forces dont le travail est nul, alors son énergie mécanique totale se conserve. On peut écrire :

$$E_m(A) = E_m(B) \quad (1)$$

$$\Delta E_m(A \rightarrow B) = E_m(B) - E_m(A) = 0 \quad (2)$$

$$E_c(A) + E_{pp}(A) = E_c(B) + E_{pp}(B) \quad (3)$$

$$E_c(A) - E_c(B) = E_{pp}(B) - E_{pp}(A) \text{ soit } \Delta E_c(A \rightarrow B) = -\Delta E_{pp}(A \rightarrow B) \quad (4)$$

Les relations (1) et (3) sont les plus utilisées.

Application 1

Considérons une bille soumise au seul poids dans le référentiel Terrestre (galiléen). La bille est lancée vers le haut avec la vitesse initiale v_0 depuis l'altitude $z = 0$. La bille monte vers un point haut d'altitude $z_{\max}$ et de vitesse nulle. L'origine de l'énergie potentielle de pesanteur est prise en $z = 0$. On se propose de représenter les énergies mécaniques en fonction de l'altitude et de donner la relation entre $z_{\max}$ et v_0 .

L'énergie potentielle de pesanteur est égale à $E_{pp}(z) = m g z$; cette expression est linéaire en z donc correspond graphiquement au segment vert (figure 5).

L'énergie mécanique totale est constante car la seule force est le poids qui est conservatif. La courbe correspondante est représentée en bleu (figure 5).

Par différence on obtient l'énergie cinétique $E_c(z) = E_m - E_{pp}(z)$; La courbe correspondante est représentée en rouge (figure 5).

Les flèches montrent que z augmente, en effet la bille est lancée vers le haut.

Ecrivons les trois énergies au point bas et au point haut :

Point bas

$$E_{pp} = 0 \text{ car } z = 0 \text{ et } E_c = \frac{1}{2} m v_0^2 \text{ donc } E_m = E_c + E_{pp} = \frac{1}{2} m v_0^2$$

Point haut

$$E_c = 0 \text{ car la bille rebrousse chemin et } E_{pp} = m g z_{\max} \text{ car } z = z_{\max} \text{ donc}$$

$$E_m = E_c + E_{pp} = m g z_{\max}.$$

Comme l'énergie mécanique totale se conserve :

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = m g z_{\max} \text{ donc } v_0 = \sqrt{2 g z_{\max}}$$

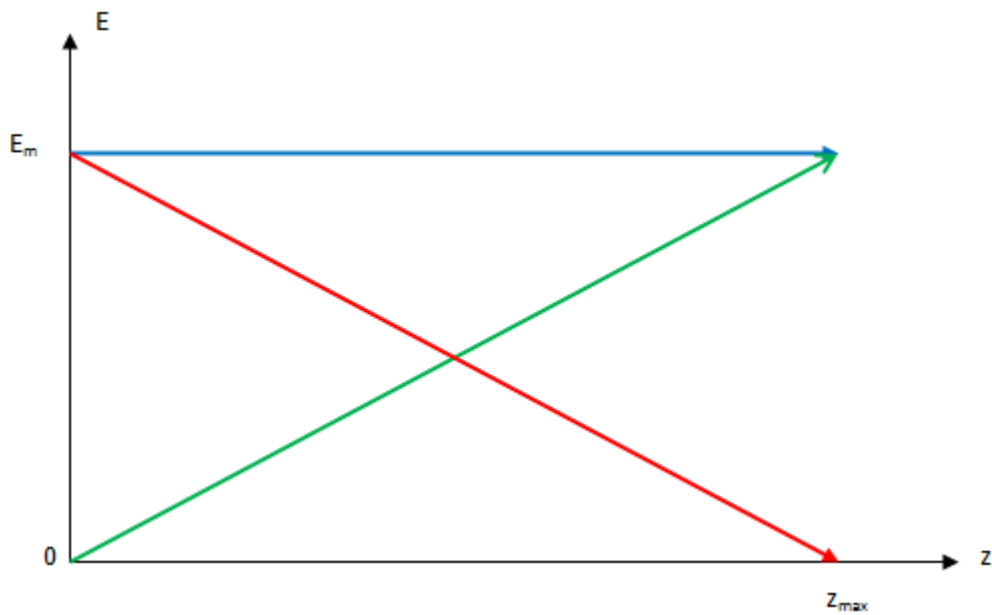


Figure 5

Application 2

A quelle situation correspond la figure 6 ?

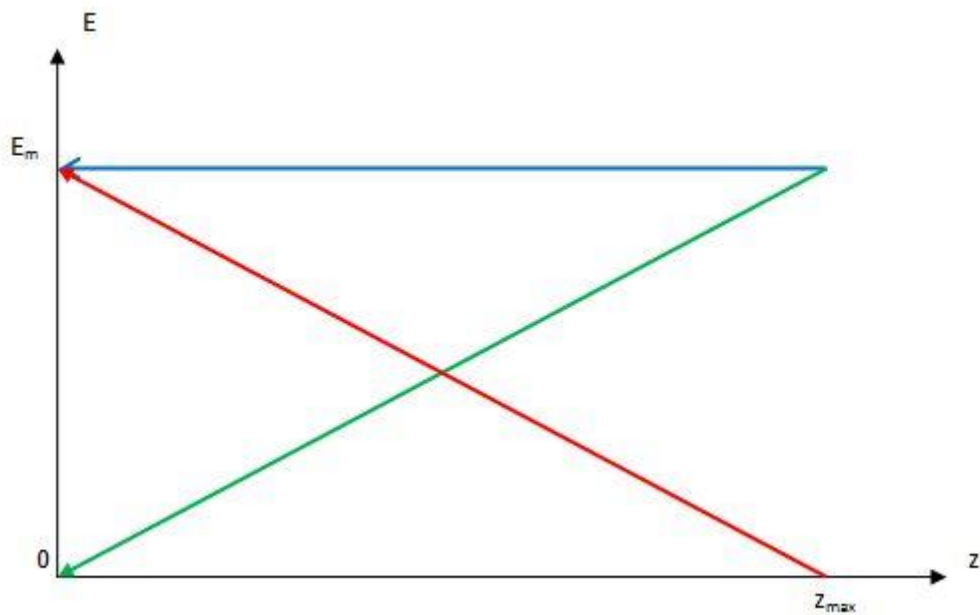


Figure 6

Les flèches sont inversées par rapport à la situation précédente. Une bille est lâchée sans vitesse initiale depuis l'altitude $z_{\max}$. La quantité $\sqrt{2 g z_{\max}}$ est la vitesse atteinte par la bille lorsqu'elle touche le sol.

4. Non conservation de l'énergie mécanique totale

Lorsqu'un système est soumis uniquement à des forces non conservatives qui travaillent, alors son énergie mécanique totale ne se conserve pas. On peut écrire :

$$\Delta E_m (A \rightarrow B) = E_m (B) - E_m (A) = \Sigma W_{AB} (\vec{F}_{NC})$$

Ici $\Sigma W_{AB} (\vec{F}_{NC})$ est la somme des travaux des forces non conservatives appliquées au système étudié (frottements). Cette perte d'énergie se retrouve sous forme de chaleur (penser aux freins de voiture).

Application

Curiosity, robot mobile de la NASA, a atterri avec succès sur Mars le 6 août 2012.

La masse du véhicule est de $2,0 \cdot 10^3$ kg et l'intensité Martienne de la pesanteur est $g_{mars} = 3,7 \text{ N.kg}^{-1}$.

A 2,00 km d'altitude (position A) et à une vitesse de 100 m.s^{-1} débute la descente autopropulsée puis à 20 m du sol (position B) il se retrouve à une vitesse de 75 cm.s^{-1} .

1. Déterminer le travail du poids entre A et B.
2. Montrer que l'énergie mécanique totale ne se conserve pas.
3. En déduire la valeur f de la force de frottement. On supposera f constante et la trajectoire rectiligne verticale.

1. Utilisons l'expression pratique :

$$\begin{aligned} W_{AB} (\vec{P}) &= m g (z_A - z_B) \\ &= 2,0 \cdot 10^3 \times 3,7 \times (2,00 \cdot 10^3 - 20) \\ W_{AB} (\vec{P}) &= \underline{1,5 \cdot 10^7 \text{ J}}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. E_m (A) &= \frac{1}{2} m v_A^2 + m g z_A \\ &= \frac{1}{2} \times 2,0 \cdot 10^3 \times 100^2 + 2,0 \cdot 10^3 \times 3,7 \times 2,0 \cdot 10^3 \\ E_m (A) &= \underline{2,5 \cdot 10^7 \text{ J}}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_m (B) &= \frac{1}{2} m v_B^2 + m g z_B \\ &= \frac{1}{2} \times 2,0 \cdot 10^3 \times (75 \cdot 10^{-2})^2 + 2,0 \cdot 10^3 \times 3,7 \times 20 \\ E_m (B) &= \underline{1,5 \cdot 10^5 \text{ J}}. \end{aligned}$$

L'énergie mécanique totale ne se conserve pas car $E_m (B) \neq E_m (A)$. Il existe des forces dissipatives car $E_m (B) < E_m (A)$.

3. La variation d'énergie mécanique totale est égale au travail de la force de frottement :

$$\begin{aligned} E_m(B) - E_m(A) &= W_{AB}(\vec{f}) \\ &= -f |z_B - z_A| \text{ donc} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f &= \frac{E_m(A) - E_m(B)}{|z_B - z_A|} \\ &= \frac{2,5 \cdot 10^7 - 1,5 \cdot 10^5}{|20 - 2,00 \cdot 10^3|} \\ f &= \underline{1,3 \cdot 10^4 \text{ N}}. \end{aligned}$$

Exercices

N°	11	page	287
N°	12	page	287
N°	16	page	288
N°	18	page	288
N°	19	page	288
N°	24	page	289
N°	26	page	290
N°	28	page	291
N°	29	page	291